

ANÁLISE MULTIFRACTAL DOS PREÇOS FUTUROS DE CAFÉ: IMPLICAÇÕES PARA A EFICIÊNCIA DO MERCADO

Multifractal analysis of coffee futures prices: implications for market efficiency

Alexandra Kelly de Moraes^a, Luiz Gonzaga de Castro Junior^b, Ednilson Sebastiao de Avila^c,
Jose Willer do Prado^d, Rômula Keli Marino^e

^aUniversidade Federal de Lavras (PPGA/UFLA), akmoreas.am@gmail.com, ORCID: 0000-0002-5408-5658

^bUniversidade Federal de Lavras (PPGA/UFLA), lgcastro@ufla.br, ORCID: 0000-0002-1215-0183

^cUniversidade Federal de Lavras (PPGA/UFLA), ednilson.avila@ufla.br, ORCID: 0000-0002-3448-6841

^dUniversidade Federal de Lavras (PPGA/UFLA), jose.prado@ufla.br, ORCID: 0000-0003-3926-2406

^eUniversidade Federal de Lavras (PPGA/UFLA), romula.marino@estudante.ufla.br, ORCID: 0009-0004-3676-2872

RESUMO

Este estudo avaliou a eficiência do mercado de café arábica por meio da Análise Multifractal da Função de Flutuação Destendenciada (MF-DFA), considerando preços e volumes de negociação, justificando-se pela relevância econômica do café para o Brasil e pelo papel estratégico dos mercados futuros na formação de preços e gestão de riscos. O objetivo foi investigar a complexidade e a previsibilidade das séries temporais nesses mercados. A metodologia envolveu a análise de expoentes de Hurst, Rényi e do espectro multifractal, aplicados às séries de preços e volumes do mercado internacional ICE e do mercado B3. Os resultados evidenciaram estruturas multifractais em ambos os mercados, com persistência moderada e relativa estabilidade em pequenas e médias flutuações no ICE, enquanto no B3 os volumes apresentaram maior variabilidade e complexidade, refletindo maior sensibilidade a choques externos. A análise demonstrou que padrões históricos influenciam movimentos futuros, permitindo identificar oportunidades estratégicas diferenciadas conforme o mercado: previsibilidade em pequenas e médias flutuações no ICE e em grandes variações de volume na B3. Conclui-se que mercados com maior liquidez e diversidade de participantes tendem a apresentar eficiência relativa mais elevada, enquanto mercados menores exibem maior heterogeneidade. Em termos teóricos e metodológicos, a aplicação da MF-DFA evidencia a utilidade dessa abordagem para compreender mercados complexos e fornece base empírica para decisões de *hedge*, arbitragem e alocação de recursos, contribuindo para o avanço do estudo da eficiência em *commodities* agrícolas.

Palavras-Chave: Mercado Eficiente, Preço e volume, *Commodity*.

ABSTRACT

This study evaluated the efficiency of the Arabica coffee market using the Multifractal Detrended Fluctuation Analysis (MF-DFA), considering price and trading volume data. The research is justified by the economic relevance of coffee to Brazil and the strategic role of futures markets in price formation and risk management. The objective was to investigate the complexity and predictability of time series in these markets. The methodology involved analyzing Hurst, Rényi, and multifractal spectrum exponents applied to price and volume series from the international ICE market and the B3 market. The results revealed multifractal structures in both markets, with moderate persistence and relative stability in small and medium fluctuations in ICE, while in B3, volumes showed greater variability and complexity, reflecting higher sensitivity to external shocks. The analysis demonstrated that historical patterns influence future movements, allowing for the identification of differentiated strategic opportunities according to the market: predictability in small and medium fluctuations in ICE and in large volume variations in B3. It is concluded that markets with greater liquidity and participant diversity tend to exhibit relatively higher efficiency, while smaller markets display greater heterogeneity. Theoretically and methodologically, the application of MF-DFA highlights the usefulness of this approach for understanding complex markets and provides an empirical basis for decisions involving hedging, arbitrage, and resource allocation, contributing to the advancement of research on efficiency in agricultural commodity markets.

Keywords: Efficient Market, Price and Volume, *Commodity*.

1. INTRODUÇÃO

O café é uma das *commodities* mais negociadas globalmente, desempenhando um papel relevante nas economias dos países produtores, especialmente no Brasil, que se destaca como um dos maiores exportadores mundiais (Moraes et al., 2024; Paula et al., 2022). Nos primeiros quatro meses de 2024, o Brasil exportou 16,4 milhões de sacas de 60 quilos de café, um aumento significativo de 46,5% em comparação com as 11,2 milhões de sacas exportadas no mesmo período de 2023, conforme dados do Ministério do Desenvolvimento, Indústria, Comércio e Serviços (MDIC) (Companhia Nacional de Abastecimento [Conab], 2024). Diante desse crescimento expressivo nas exportações, torna-se essencial compreender as dinâmicas de preços e volumes desse mercado, que afetam tanto o Brasil quanto os mercados globais de *commodities* (Hiremath & Narayan, 2016; Moraes & Castro Junior, 2025).

A eficiência de mercado é um conceito central para investidores e analistas financeiros, pois sugere que os preços refletem todas as informações disponíveis (Moraes et al., 2024). No entanto, as variações e flutuações observadas nos mercados das *commodities*, como o café, exigem abordagens analíticas mais complexas. A Hipótese de Mercado Eficiente (HME), proposta por Fama (1970) e Samuelson (1965), oferece duas visões complementares sobre o comportamento dos preços: Fama argumenta que os preços refletem os fundamentos econômicos subjacentes e se ajustam aos seus valores fundamentais de maneira aleatória (Fama, 1970), enquanto Samuelson enfatiza que as variações de preços são intrinsecamente aleatórias, independentemente dos fundamentos subjacentes (Samuelson, 1965).

Embora a HME tenha sido amplamente adotada, estudos recentes como Patil e Rastogi (2019) e Stosic, Nejad e Stosic (2020) indicaram que modelos

tradicionais de séries temporais, como ARIMA, GARCH, e modelos de regressão linear, não capturam completamente a complexidade das flutuações nos mercados de *commodities*, especialmente quando se consideram tanto o preço quanto o volume de negociação. Esses modelos, embora eficazes para detectar padrões lineares, falham em capturar características não lineares e multifractais, onde preços e volumes podem apresentar dependências de longo prazo e autocorrelações assíncronas (Moraes, Ceretta & Castro Junior, 2024).

Apesar da crescente utilização de técnicas avançadas, há uma lacuna significativa na literatura: muitos estudos analisam apenas preços, sem considerar o volume negociado, um fator essencial para compreender o comportamento real do mercado (Blume, Easley & O'Hara, 1994; Karpoff, 1986, 1987). Este estudo preenche essa lacuna ao integrar simultaneamente preços e volumes no mercado futuro de café brasileiro, oferecendo uma análise inédita da dinâmica multifractal desta *commodity*.

É relevante destacar que o volume de negociação, como destacado por Patil e Rastogi (2019), também contém informações relevantes que podem ser exploradas para melhor compreensão do comportamento do mercado. Contudo, estudos anteriores como de Aslam, Ferreira e Ali (2022), Memon, Yao e Naveed (2022), e Stosic, Nejad e Stosic (2020), se concentraram apenas na análise dos preços, negligenciando o volume, o que limita a compreensão das dinâmicas do mercado, especialmente em momentos de alta volatilidade, em que tanto os preços quanto os volumes têm papel importante na previsibilidade e na eficiência do mercado.

Diante disso, este estudo preenche essa lacuna ao analisar simultaneamente os preços e o volume de negociação nos mercados futuros de café tanto internacional quanto nacional. A utilização da Análise Multifractal da Função de Flutuação Destendenciada (MF-DFA), uma técnica inovadora e poderosa,

permite capturar padrões complexos e irregulares nesses dois fatores (Patil & Rastogi, 2020). Dessa forma, o MF-DFA possibilita identificar memória longa, autocorrelação assíncrona e variações de volatilidade que não são captadas por modelos tradicionais, fornecendo informações relevantes tanto para pesquisadores quanto para agentes do mercado (Kantelhardt, 2012; Tiwari, Aye & Gupta, 2019).

Nesse contexto, a teoria multifractal tem recebido contribuições significativas de diversos autores. Mandelbrot (1977; 1982), considerado o pai da fractalidade, popularizou a ideia dos fractais em sua obra seminal *The Fractal Geometry of Nature*, estabelecendo as bases para a compreensão dos processos multifractais. Com base nesse alicerce, Abry e Veitch (1998) deram um importante avanço na análise de séries temporais, desenvolvendo técnicas que enriqueceram a formalização analítica e ampliaram as ferramentas disponíveis para a pesquisa científica. Posteriormente, Bouchaud e Mézard (2000) aplicaram esses conceitos ao campo financeiro, oferecendo uma perspectiva estatística essencial para a evolução do estudo de mercados complexos.

De forma complementar, Muzy e Bacry (2002) destacaram-se ao investigar a multifractalidade em diversas áreas, incluindo finanças e meteorologia, adotando uma abordagem mais técnica e matemática ao descrever uma classe de processos estocásticos multifractais contínuos. Sornette (2004), por sua vez, avançou ao aplicar a teoria da complexidade para analisar tanto mercados financeiros quanto fenômenos de desastres naturais, oferecendo novos achados sobre a dinâmica de sistemas críticos.

Além disso, Zunino et al. (2008) introduziram inovações na aplicação da análise multifractal em finanças, ampliando a compreensão da dinâmica dos mercados. Adicionalmente, Maganini, Silva Filho e Lima (2018) contribuíram significativamente ao aplicar esses métodos a dados financeiros, fornecendo novas informações valiosas que podem

contribuir para uma análise mais precisa e profunda dos mercados, especialmente no contexto da previsão de flutuações de preços e do gerenciamento de riscos.

Mais recentemente, a literatura tem buscado compreender a previsibilidade e a dinâmica dos preços em mercados de *commodities*. Oliveira Neto, Melo e Barbosa (2022) destacaram-se ao evidenciar que padrões *candlesticks* são eficazes para sinalizar reversões de curto prazo nos preços agropecuários brasileiros. Em estudo subsequente, Oliveira Neto et al. (2024) ampliaram a análise aos mercados futuros agrícolas dos Estados Unidos, Europa e Brasil, confirmando a eficácia parcial dos padrões *candlesticks*, mas restrita a horizontes diários, o que reforça a necessidade de abordagens mais abrangentes para capturar a complexidade desses mercados.

Em contraste, Moraes, Ceretta e Castro Júnior (2024) aplicaram métodos multifractais ao mercado financeiro, demonstrando a relevância de integrar preços e volumes para compreender a persistência e as flutuações em cenários de alta volatilidade. Diferentemente desses trabalhos, o presente estudo aplica a MF-DFA ao mercado futuro de café arábica, incorporando simultaneamente preços e volumes, oferecendo uma visão mais ampla sobre a eficiência desse mercado e contribuindo para preencher lacunas na literatura existente.

Portanto, à luz das contribuições da teoria multifractal e das lacunas identificadas, o objetivo deste estudo é avaliar a eficiência do mercado de café arábica por meio da aplicação da Análise Multifractal da Função de Flutuação Destendenciada (MF-DFA), considerando tanto preços quanto volumes de negociação. Essa análise permite detectar padrões de dependência temporal, memória longa e autocorrelação assíncrona, oferecendo evidências sobre possíveis ineficiências na formação de preços (Ihlen, 2012; Laib et al., 2018). O café arábica é um dos segmentos mais relevantes do agronegócio para a economia global e, particularmente, para o Brasil, que

lidera as exportações dessa *commodity* (Conab, 2024). O estudo abrange o período de 4 de janeiro de 2010 a 30 de julho de 2024, permitindo capturar padrões de flutuação tanto de curto quanto de longo prazo.

Para atingir este objetivo, aplicamos o método MF-DFA aos dados dos contratos futuros de Café Arábica ICE (*Intercontinental Exchange*) e Café Arábica B3 (Brasil, Bolsa, Balcão), considerando simultaneamente preços e volumes de negociação. A inclusão do volume é justificada pelo fato de que ele reflete a intensidade das transações e a liquidez do mercado, complementando a análise de preços ao revelar períodos de concentração de negociações e assimetrias informacionais (Patil & Rastogi, 2019; Stosic, et al., 2015). Essa abordagem fornece informações valiosas para compreender a dinâmica dos mercados futuros e identificar pontos de inflexão que podem não ser captados por métodos tradicionais (Karpoff, 1986; Memon, Yao & Naveed, 2022; Moraes, Sobral & Melo, 2021).

Adicionalmente, as implicações práticas deste estudo são significativas para pesquisadores e agentes do mercado. Os padrões complexos de flutuação de preços e volumes identificados podem ser utilizados para desenvolver estratégias mais eficazes de gestão de risco, como contratos de *hedge* ajustados à volatilidade observada, otimizar decisões de comercialização e aprimorar a tomada de decisão em termos de retorno e risco, fornecendo informações sobre períodos de alta ou baixa volatilidade e sobre a correlação entre diferentes horizontes temporais (Laib et al., 2018; Moraes, Ceretta & Castro Junior, 2024; Patil & Rastogi, 2020).

Dessa forma, ao investigar as complexidades do mercado de café, incluindo a análise detalhada das séries de preços tanto no mercado internacional quanto no Brasil, este estudo contribui significativamente não apenas para o avanço do conhecimento teórico, mas também para a aplicação prática dessa metodologia (Paula et al., 2022; Stosic, Nejad, & Stosic, 2020). A

avaliação dos preços do café no Brasil, considerando sua importância nas exportações e o impacto direto nas decisões de mercado, oferece *insights* valiosos para otimizar estratégias de investimento, melhorar a previsão de volatilidade e identificar padrões de precificação (Moraes & Castro Junior, 2025; Wang, Gao & Zhou, 2023).

Assim, pesquisadores, investidores e profissionais envolvidos na dinâmica do mercado de *commodities* podem tomar decisões mais informadas, especialmente no contexto brasileiro, onde as flutuações de preços têm papel crucial na definição de políticas e estratégias comerciais (Aslam, Ferreira & Ali, 2022; Patil & Rastogi, 2019). Nas seções seguintes, o artigo explora a literatura sobre eficiência de mercado e multifractalidade, seguida de uma detalhada explicação metodológica do MF-DFA, e posteriormente apresenta a análise empírica e a discussão dos resultados, destacando suas implicações práticas e possíveis recomendações para futuros estudos.

2. REVISÃO EMPÍRICA SOBRE ANÁLISE MULTIFRACTUAL: ABORDAGENS E APLICAÇÕES

A análise da eficiência de mercado neste estudo adota a Hipótese de Mercado Eficiente (HME), segundo a qual os preços seguem um passeio aleatório e não exibem padrões previsíveis (Fama, 1970; 1991). Isso significa que a HME não impõe nenhuma suposição sobre a dinâmica exata dos preços ao longo do tempo, mas apenas que suas variações não podem ser antecipadas. Dessa forma, quaisquer evidências de multifractalidade ou memória de longo prazo, obtidas por meio do expoente de Hurst ou da análise MF-DFA, não contradizem a definição conceitual de HME, mas indicam potenciais imperfeições temporárias na formação de preços, que podem variar ao longo do tempo (Hiremath & Narayan, 2016; Sensoy & Tabak, 2015; Tiwari, Aye & Gupta, 2019).

A análise multifractal emergiu como uma ferramenta essencial para compreender a complexidade dos mercados financeiros, particularmente na identificação das flutuações de preços (Laib et al., 2018; Moraes & Castro Junior, 2025; Patil & Rastogi, 2020). Diferente dos modelos tradicionais, que pressupõem linearidade e constância temporal, essa abordagem considera que os mercados exibem dinâmicas não lineares e complexidades que variam em diferentes escalas (Stosic, Nejad, & Stosic, 2020; Wang, Gao, & Zhou, 2023).

Nesse sentido, suas aplicações abrangem diferentes ativos e setores, como ouro, petróleo e *commodities* agrícolas, além de possibilitar o estudo de impactos de eventos geopolíticos e crises econômicas (Cao, He, & Cao, 2018; Yin & Wang, 2021). Essa perspectiva revela ineficiências, persistência e autocorrelações nas séries temporais, oferecendo informações úteis para os agentes de mercado e favorecendo uma gestão de riscos mais eficaz (Ihlen, 2012; Memon, Yao, & Naveed, 2022; Moraes, Sobral & Melo, 2021).

Entre os métodos mais consolidados destaca-se Análise Multifractal da Função de Flutuação Destendenciada (MF-DFA), capaz de capturar a variabilidade da volatilidade em várias escalas e aprofundar o entendimento sobre a estrutura dinâmica dos mercados (Kantelhardt et al., 2002; Patil & Rastogi, 2020).

Com base nessa metodologia, estudos recentes mostraram resultados interessantes ao aplicar métodos multifractais em diferentes mercados. Wang, Wei e Wu (2011) observaram um aumento na eficiência do mercado de ouro após 2001, sugerindo que ele se tornou mais eficiente ao longo do tempo. Em contrapartida, Nejad, Stosic e Stosic (2021) destacaram que eventos geopolíticos podem reduzir a eficiência do mercado, aumentando sua multifractalidade. Essas descobertas indicam que tensões geopolíticas e outros fatores externos

podem alterar a estrutura de mercado e gerar maior imprevisibilidade.

No mercado de petróleo, Niere (2015) comparou os mercados Brent, OPEC (*Organization of Petroleum Exporting Countries*) e WTI (*West Texas Intermediate*). Ele concluiu que o WTI é o mais eficiente, enquanto a OPEC apresenta maior multifractalidade, associada a correlações de longo prazo. Essa diferença reflete as dinâmicas específicas de cada mercado, reforçando a importância de considerações estruturais no estudo das características multifractais.

De forma semelhante, a influência de eventos externos, como crises econômicas e a pandemia da Covid-19, também foi amplamente documentada. Por exemplo, Dai et al. (2016) compararam espectros multifractais em mercados de petróleo, ouro e taxas de câmbio, concluindo que o petróleo e o ouro apresentam maior heterogeneidade em relação às moedas, sugerindo que esses ativos são mais influenciados por fatores globais.

Ainda nesse contexto, Aslam, Ferreira e Ali (2022) mostraram que a pandemia alterou a multifractalidade e a eficiência dos mercados futuros agrícolas, enquanto Memon, Yao e Naveed (2022) evidenciaram variações na eficiência em mercados de energia, agrícolas e metais durante esse período. Esses estudos reforçam a necessidade de abordagens flexíveis que possam captar a complexidade dos mercados em tempos de incerteza.

No caso específico das *commodities* agrícolas, a análise multifractal tem se mostrado eficaz em revelar ineficiências e padrões complexos, especialmente em economias emergentes. Stosic, Nejad e Stosic (2020) identificaram características multifractais em *commodities* agrícolas brasileiras, com menor eficiência quando os preços são denominados em reais. He e Chen (2010) compararam os mercados futuros agrícolas da China e dos EUA, concluindo que a multifractalidade é mais acentuada em economias emergentes.

Esses achados são particularmente relevantes para o presente trabalho, que examina as características multifractais do mercado de café, uma *commodity* de grande importância para o Brasil. Complementarmente, Wang, Gao e Zhou (2023) confirmaram a presença de multifractalidade em mercados globais de grãos, como milho e cevada, reforçando a ideia de que a complexidade é inerente ao mercado de *commodities* e que fatores econômicos e externos desempenham um papel fundamental nessas características.

Assim, a análise multifractal se consolida como uma ferramenta capaz de fornecer uma visão mais robusta das flutuações e ineficiências em diversos mercados. Contudo, observa-se uma lacuna de pesquisa no estudo específico do mercado de café. Este trabalho busca preencher essa lacuna, aplicando a MF-DFA no mercado de futuros de café e contribuindo para a literatura ao investigar uma *commodity* vital para o Brasil e o cenário global.

Diante da discussão apresentada, nota-se que a análise multifractal oferece uma perspectiva valiosa para compreender as dinâmicas de volatilidade, persistência, correlações de longo prazo e heterogeneidade temporal que caracterizam os mercados de *commodities*. Essas investigações revelam a complexidade subjacente que os modelos tradicionais muitas vezes não capturam, evidenciando ineficiências e mudanças estruturais provocadas por choques externos.

Ao mesmo tempo, fornecem informações relevantes não apenas para a formulação de estratégias de investimento, mas também para a gestão de riscos, definição de estratégias de comercialização e apoio a decisões em contratos futuros, elementos fundamentais para agentes que atuam em mercados de *commodities*.

3. DADOS DA PESQUISA E METODOLOGIA

Esta seção divide-se em dois itens principais: a apresentação dos dados da pesquisa e a descrição

do Método de Análise Multifractal da Função de Flutuação Destendenciada (MF-DFA), conforme abordado por Patil e Rastogi (2020).

3.1 Dados da pesquisa

O objetivo deste estudo é avaliar a eficiência do mercado de café arábica por meio da aplicação da Análise Multifractal da Função de Flutuação Destendenciada (MF-DFA), considerando tanto preços quanto volumes de negociação. Conforme abordado na literatura, a análise do volume é especialmente relevante, pois complementa a interpretação dos preços e permite investigar a transmissão de informações e possíveis ineficiências no mercado. De acordo com Karpoff (1986, 1987), a relação entre preço e volume é fundamental para investigar como as informações são disseminadas e incorporadas aos preços dos ativos, refletindo o comportamento dos agentes e o grau de eficiência do mercado.

De forma complementar, Blume, Easley e O'Hara (1994) argumentam que o volume atua como um indicador da qualidade e da intensidade da informação revelada pelos preços, servindo como uma medida adicional da eficiência informacional. Essas abordagens clássicas são corroboradas por estudos mais recentes, como Stosic et al. (2015) e Patil e Rastogi (2019), que destacam que preço e volume de negociação são duas variáveis-chave para compreender como mudanças no volume afetam as mudanças nos preços, evidenciando que padrões multifractais no volume podem sinalizar períodos de concentração de negociações, assimetrias informacionais e respostas heterogêneas dos agentes.

Assim, ao considerar simultaneamente preços e volumes, a análise multifractal permite capturar de maneira mais completa os mecanismos de propagação de informação e as possíveis ineficiências existentes nos mercados futuros de café. Dessa forma, a amostra é composta por dados diários de preços e volumes dos Contratos Futuros

de Café negociados nas plataformas da Bolsa ICE (*Intercontinental Exchange*) e B3 (Brasil, Bolsa, Balcão). Os preços estão denominados em dólares americanos por libra-peso (USD/lb), e os volumes de negociação estão expressos em número de contratos negociados por dia. Os dados foram obtidos a partir do *Yahoo Finance*, uma fonte amplamente utilizada em pesquisas econômicas e financeiras.

Esses mercados representam plataformas de negociação de café de destaque, tanto no âmbito internacional quanto no Brasil. AICE (*Intercontinental Exchange*) é reconhecida como referência no mercado global de café, enquanto a B3 (Brasil, Bolsa, Balcão) concentra a maior parte das negociações no contexto brasileiro. A análise desses dois mercados permite comparar as dinâmicas de negociação em níveis local e internacional, sem implicar que outros mercados estejam incluídos neste estudo.

Para conduzir essa análise de forma robusta, é importante detalhar o período considerado, bem como os dados de preço de fechamento diário e volumes de negociação. O período de análise abrange de 4 de janeiro de 2010 a 30 de julho de 2024, totalizando 3.648 registros diários para o Café Futuro ICE e 3.607 registros diários para o Café Futuro B3. Esse intervalo contempla diferentes condições de mercado, incluindo crises e mudanças estruturais, oferecendo uma visão abrangente das flutuações de preço e volume.

Para garantir a consistência e confiabilidade das séries temporais, foi realizado um tratamento prévio dos dados. Esse processo incluiu a correção de lacunas por meio de interpolação linear nos dias sem registros, a identificação e ajuste de valores atípicos, como preços ou volumes que destoavam claramente do padrão normal de negociação, e a exclusão de dias sem negociação, como fins de semana e feriados.

Com base no objetivo deste estudo, foi formulada a seguinte hipótese de pesquisa:

H_0 : O mercado de café arábica apresenta comportamento eficiente, ou seja, os preços de fechamento diário e volumes de negociação seguem padrões próximos de uma caminhada aleatória, sem persistência ou autocorrelação significativa em diferentes escalas de tempo.

H_1 : O mercado de café arábica não apresenta comportamento eficiente, exibindo multifractalidade em preços e volumes, o que indica persistência, autocorrelação e ineficiências detectáveis em diferentes escalas temporais.

A formulação desta hipótese orienta a análise quantitativa realizada com a aplicação da MF-DFA nos dados diários de preços e volumes, permitindo avaliar de forma objetiva a eficiência do mercado de café arábica tanto no contexto internacional (ICE) quanto no nacional (B3).

Neste estudo, foram analisadas séries históricas de preços de fechamento e volumes de negociação de contratos futuros de café arábica. Essas informações se enquadram no nível fraco da Hipótese de Eficiência de Mercado (HEM), que avalia se preços passados já incorporam plenamente as informações disponíveis, impossibilitando ganhos anormais por meio de padrões de negociação baseados em séries históricas (Fama, 1970).

Assim, as hipóteses formuladas (H_0 e H_1) se referem especificamente à verificação da eficiência de mercado em sua forma fraca, considerando as limitações inerentes às técnicas fractais para avaliação de outras dimensões da HEM (Patil & Rastogi, 2019). Ressalta-se, entretanto, que essa abordagem não é adequada para examinar as formas semiforte e forte da HEM, que dependem de informações adicionais ao comportamento histórico dos preços (Laib et al., 2018; Wang, Gao & Zhou, 2023).

O Quadro 1 a seguir resume as principais características dos contratos futuros de café negociados na ICE e na B3.

QUADRO 1 – Descrição dos dados da pesquisa

Variável	Breve Descrição
Café ICE	O contrato futuro de Café Arábica é negociado na <i>Intercontinental Exchange (ICE)</i> . Este contrato permite a compra e venda de café cru em grão, com um tamanho de 37.500 lbs (17.014 kg) e qualidade padrão de café Arábica. É identificado pelo código de negociação KC.
Café B3	O contrato futuro de Café Arábica é negociado na Bolsa de Valores do Brasil (B3). Este contrato refere-se à compra e venda de café cru em grão, com um tamanho de 100 sacas (60 kg cada), mantendo a mesma qualidade padrão de café Arábica. O código de negociação correspondente é ICF.

Nota: As informações sobre o mercado futuro internacional foram extraídas do site do *CME Group* (2024), onde os contratos de café estão sujeitos às regras e regulamentações da ICE. As informações referentes ao mercado futuro de café brasileiro foram obtidas diretamente do site da B3 (2024)

Fonte: Elaborado pelos autores

3.2 Análise Multifractal da Função de Flutuação Destendenciada (MF-DFA)

A Análise Multifractal da Função de Flutuação Destendenciada (MF-DFA) é uma técnica poderosa para investigar a presença de memória de longo prazo e padrões multifractais em séries temporais. Essa abordagem permite identificar comportamentos persistentes e não persistentes, bem como flutuações que variam em diferentes escalas temporais, características que métodos tradicionais lineares, como ARIMA, não conseguem capturar (Cao, He, & Cao, 2018; Ihlen, 2012; Kantelhardt et al.; Laib et al., 2018, 2012; Patil & Rastogi, 2019).

Segundo Patil e Rastogi (2020) o método envolve cinco etapas principais:

i) Resíduos sem tendência $\varepsilon(i)$: Subtrai-se o valor observado X_i do valor estimado $\hat{X}$ da tendência da série temporal para cada ponto de dados, definido por (1):

$$\varepsilon(i) = X_i - (\hat{X}) \quad (1)$$

ii) Função de flutuação local sem tendência $[F_v(s)]^2$: A variabilidade dos resíduos sem tendência é medida em cada segmento de tamanho fixo s , dado por (2):

$$[F_v(s)]^2 = \frac{1}{s} \sum_{j=1}^s [\varepsilon((v-1)s + j)]^2 \quad (2)$$

iii) Função de flutuação da ordem q^{th} : Para diferentes valores de q , calcula-se a função de flutuação em função da potência dos resíduos, definido por (3):

$$[F_v(s)]^q = \frac{1}{s} \sum_{j=1}^s [\varepsilon((v-1)s + j)]^q \quad (3)$$

iv) Relação lei de potência: A função de flutuação é proporcional ao tamanho do segmento s elevado ao expoente de *Hurst* generalizado $h(q)$ para um dado valor de q , dado por (4):

$$F_q(S) \sim S^{h(q)} \quad (4)$$

Espectro de singularidade $f(\alpha)$ e dimensão fractal: O espectro de singularidade descreve a distribuição das forças das flutuações multifractais, permitindo construir a dimensão fractal da série. A dimensão fractal $f(\alpha)$ é calculada como $q\alpha - \tau(q)$, onde $\tau(q)$ está relacionado ao expoente de *Hurst* generalizado $h(q)$, definidos por (5), (6) e (7):

$$f(\alpha) = q\alpha - \tau(q) \quad (5)$$

$$H_{(q)} = \left[\frac{\tau(q') + 1}{q'} \right] \quad (6)$$

$$\tau(q) = q * h(q) - 1 \quad (7)$$

Dessa forma, conforme descrito por Patil e Rastogi (2020), o MF-DFA envolve o cálculo de resíduos sem tendência, dividido em segmentos não sobrepostos, cálculo da raiz quadrada média dos resíduos em cada segmento, função de flutuação de diferentes ordens q , relação de lei de potência e construção do espectro multifractal, capturando as propriedades essenciais da série temporal.

Com o intuito de esclarecer os conceitos abordados, a força multifractal Δ_α é definida como a amplitude do espectro de singularidade, representada

pela diferença entre os valores máximos e mínimos dos expoentes de Hölder: $\Delta_\alpha = \max(h_p) - (h_p)$. Essa métrica reflete o grau de heterogeneidade da série temporal (Patil & Rastogi, 2020). Assim, valores mais elevados de força multifractal indicam uma maior variabilidade e complexidade estrutural, sugerindo que o comportamento do mercado é influenciado por diversas dinâmicas atuando simultaneamente (Kantelhardt, 2002; 2012).

Por sua vez, a intensidade multifractal Δ_f descreve a magnitude relativa das flutuações persistentes ou reversas na série, representada pela diferença: $\Delta_f = f(\alpha_{max}) - f(\alpha_{min})$. Essa medida é associada à persistência das flutuações e pode ser analisada por meio do expoente Hurst $h(q)$ (Patil & Rastogi, 2020). Valores mais elevados de Δ_f indicam maior amplitude de multifractalidade, refletindo maior diversidade de comportamentos locais nas séries (Kantelhardt, 2002; 2012).

O expoente de Hurst generalizado $h(q)$, mede a tendência de uma série temporal em manter ou reverter seus padrões ao longo das diferentes escalas temporais, fornecendo informações cruciais sobre a memória de longo prazo e a autocorrelação assíncrona (Patil & Rastogi, 2020; Peng et al., 1995). De modo geral, valores de Hurst $h(q) > 0,5$ indicam persistência (a série continua na mesma direção), enquanto valores abaixo de $h(q) < 0,5$ sinalizam antipersistência (a série tende a inverter sua trajetória) (Kantelhardt, et al., 2012). Essa análise, neste estudo, é essencial para identificar padrões de longo prazo e estruturas de dependência nos mercados futuros de café.

Além disso, é relevante destacar que o MF-DFA apresenta sensibilidade à escolha de parâmetros críticos, como o grau do polinômio utilizado para remoção da tendência, o intervalo de variância da ordem de flutuação (q) e o tamanho dos segmentos analisados (Kantelhardt et al., 2012; Patil & Rastogi, 2020). Esses fatores podem impactar

significativamente os resultados, exigindo cuidados metodológicos para assegurar a robustez da análise. Para minimizar esse risco, foram adotados critérios amplamente referenciados na literatura, garantindo precisão e replicabilidade. No presente estudo, optou-se pelo polinômio linear ($m - 1$) para remoção da tendência, seguindo as recomendações de Kantelhardt et al. (2002) e de Patil e Rastogi (2020).

O intervalo de q foi definido entre $[-10$ e $10]$, de modo a capturar flutuações tanto de pequena quanto de grande magnitude (Patil & Rastogi, 2020). Já os tamanhos mínimo e máximo dos segmentos (*scale*) foram selecionados dentro do intervalo de 10 a 100, com base em práticas consolidadas na literatura, assegurando que os resultados representem de forma robusta as propriedades multifractais das séries temporais de preço e volume (Patil & Rastogi, 2020).

Dessa forma, o MF-DFA se mostra uma ferramenta essencial, precisa e replicável, permitindo investigar memória de longo prazo e padrões multifractais nas séries temporais de preços e volumes. A análise detalhada, combinada com a definição clara das medidas multifractais e a justificativa para a escolha dos parâmetros, fornece uma base sólida para compreender a dinâmica dos mercados de café e avaliar potenciais ineficiências de mercado, garantindo confiabilidade e robustez nos resultados.

4. RESULTADOS E DISCUSSÃO: ANÁLISE MULTIFRACTAL DE PREÇO E VOLUME NOS MERCADOS FUTUROS DE CAFÉ

Nesta seção, avaliou-se a eficiência do mercado de café arábica por meio da aplicação da Análise Multifractal da Função de Flutuação Destendenciada (MF-DFA), considerando tanto preços quanto volumes de negociação, com foco nos contratos

negociados nas plataformas da ICE (*Intercontinental Exchange*) e da B3 (Brasil, Bolsa, Balcão).

Inicialmente, abordaram-se os aspectos temporais e estatísticos das séries históricas, estabelecendo uma base para a compreensão das dinâmicas desses mercados. Em seguida, aplicou-se a análise multifractal para explorar as complexidades nas flutuações dos contratos futuros de café, identificando semelhanças e diferenças entre os mercados da ICE e B3.

Por fim, discutiu-se como as propriedades multifractais influenciam a eficiência de mercado, conectando os resultados observados com implicações teóricas e práticas. Essa análise oferece uma visão mais profunda sobre as dinâmicas multifractais dos mercados futuros de café e seu impacto na eficiência, proporcionando uma compreensão abrangente dessas interações complexas.

4.1 Evolução Temporal e Análise Estatística Descritiva nos Mercados Futuros de Café

Este estudo analisou as séries de preços e volumes dos contratos futuros de café arábica negociados nas plataformas da ICE (*Intercontinental Exchange*) e da B3 (Brasil, Bolsa, Balcão), cobrindo o período de 4 de janeiro de 2010 a 31 de julho de 2024. A análise revela quedas significativas nos preços do café em vários anos.

No mercado da ICE (ver Figura 1), as principais quedas de preço ocorreram em 2013 (US\$101,50), 2016 (US\$111,60), 2018 (US\$92,00), 2019 (US\$87,05) e 2020 (US\$91,65). No mercado da B3, as quedas foram registradas em 2013 (US\$123,90), 2016 (US\$125,50), 2018 (US\$104,25), 2019 (US\$99,55) e 2020 (US\$106,65). Esses dados evidenciam a volatilidade dos preços, refletindo fatores econômicos

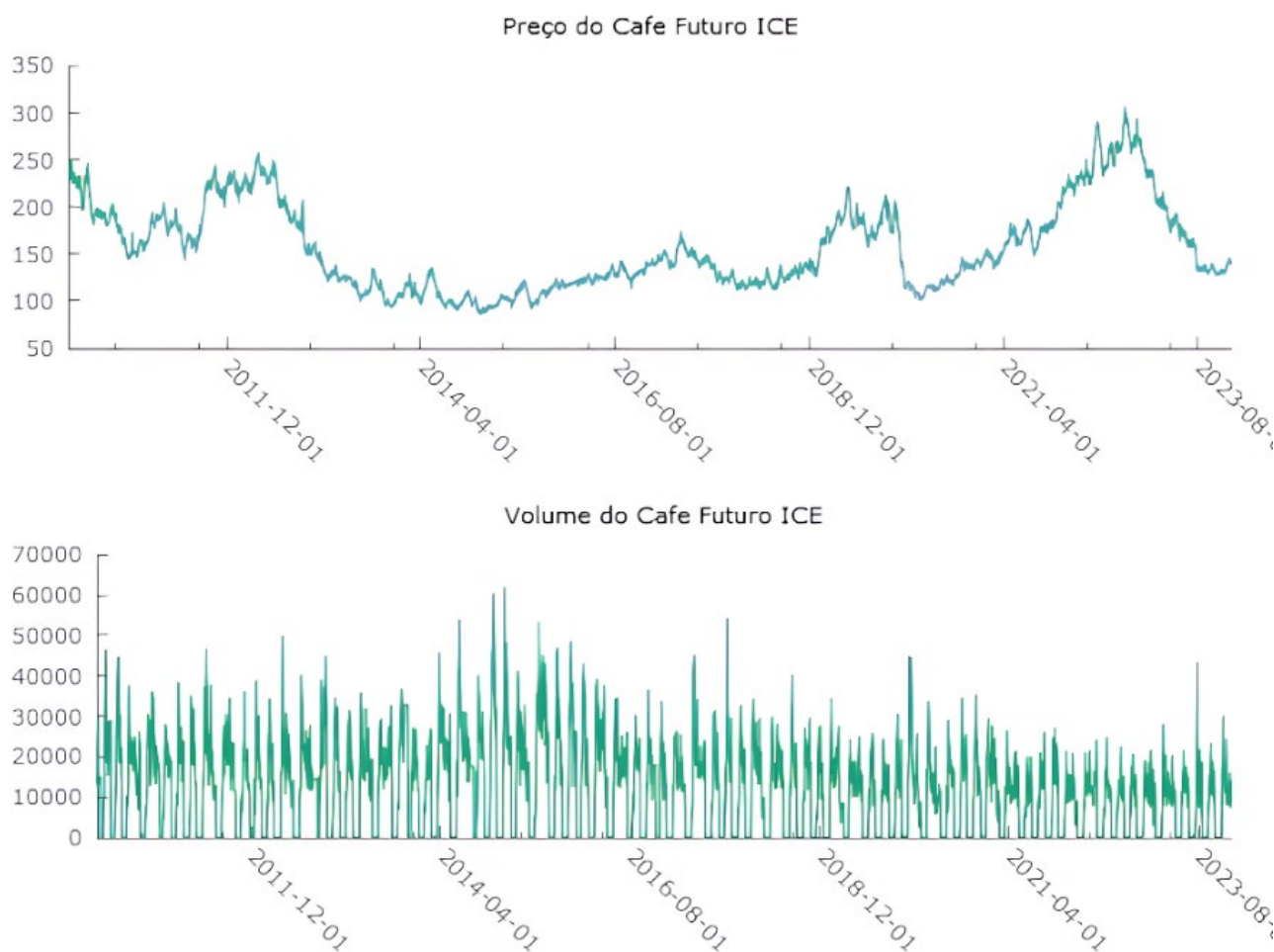


FIGURA 1 – Evolução temporal diária de preço e volume dos Mercados Futuros de Café

Fonte: resultados da pesquisa

globais, além de dinâmicas específicas da produção cafeeira e condições climáticas.

A pandemia da Covid-19 impactou fortemente os mercados globais, incluindo o de café. De acordo com a Organização Internacional do Café (OIC, 2021), as medidas de restrição logística e a redução do consumo fora do lar, especialmente pelo fechamento de cafeterias e restaurantes, contribuíram para a queda da demanda em diversos países consumidores. Esse cenário afetou preços e volumes negociados, com oscilações significativas observadas em 2020 (*Food and Agriculture Organization of the United Nations* [FAO], 2021). Assim, evidenciou-se a vulnerabilidade dos mercados de café a crises globais, que alteram simultaneamente a oferta e a demanda.

A análise estatística dos preços e volumes (ver Tabela 1), revela características importantes. Para a ICE, os preços variaram entre US\$86,65 e US\$304,90, com uma média de US\$174,78 e um desvio padrão de US\$62,12, indicando alta volatilidade. O coeficiente de variação (35,5%) reforça a percepção de risco relativo elevado. A assimetria positiva de 0,73 reflete uma leve inclinação à direita, sugerindo a ocorrência de preços mais altos, mas com menor frequência. A curtose de 2,70 indica uma distribuição mais achatada, com menos eventos extremos do que o esperado em uma distribuição normal.

No mercado da B3, os preços variaram entre US\$99,55 e US\$398,20, com uma média de US\$192,11 e um desvio padrão de US\$62,39, evidenciando menor volatilidade em comparação à

ICE. O coeficiente de variação (32,5%) confirma um risco percentual inferior ao da ICE. A assimetria de 0,83 indica uma leve inclinação à direita, enquanto a curtose de 3,02 aponta para caudas mais pesadas, sugerindo maior probabilidade de eventos fora da média.

Em relação aos volumes negociados, a ICE apresentou variação entre 10.000 e 620.500 contratos, com uma média de 119.560 e um desvio padrão de 11.218,84, revelando grande variabilidade nos volumes. A assimetria de 0,65 e a curtose de -0,06 indicam que a distribuição dos volumes é próxima da normalidade, sem grandes eventos extremos. Já no mercado da B3, os volumes variaram entre 10.000 e 18.267.000 contratos, com uma média de 10.562.180 e um desvio padrão de 23.589,35, evidenciando uma variabilidade significativamente maior. A assimetria elevada de 3,31 e a curtose de 15,59 apontam para uma forte inclinação à direita e caudas extremamente pesadas, indicando a ocorrência de eventos extremos nos volumes negociados.

Os picos observados nos volumes da B3 podem ser explicados por diversos fatores, incluindo choques econômicos externos, como a crise financeira global de 2008, a recessão brasileira de 2014–2016 e a própria pandemia da Covid-19 (2020–2021), que aumentaram a incerteza e a especulação no mercado. Em momentos de crise, a volatilidade tende a aumentar, com volumes mais elevados em função das operações de proteção e oportunidades de arbitragem (Zhang, Hu & Ji, 2020).

TABELA 1 – Estatísticas descritivas de preço e volume do Mercados Futuros de Café

Estatísticas	Café Futuro ICE		Café Futuro B3	
	Preço	Volume	Preço	Volume
Nº. obs.	3.648	3.648	3.607	3.607
Mínimo	86.65	10.00	99.55	10.00
Máximo	304.90	620.50	398.20	18267.00
Média	157.41	119.59	192.11	10562.18
Desvio padrão	46.22	11218.84	62.39	23589.35
Assimetria	0.73	0.65	0.83	3.31
Curtose	2.70	-0.06	3.02	15.59

Fonte: resultados da pesquisa

Além disso, o mercado da B3 está diretamente ligado à produção de café no Brasil, e eventos como geadas (por exemplo, em julho de 2021) e secas prolongadas (2014 e 2021), que afetam diretamente a safra, podem gerar picos de negociação (Conab, 2022). A volatilidade cambial também é um fator importante, pois flutuações na taxa de câmbio entre o real e o dólar podem gerar grande movimentação de volumes, especialmente em momentos de forte desvalorização do real (como em 2015 e 2020). Essas flutuações são oportunidades para *traders* que buscam se proteger de variações ou aproveitam a arbitragem entre os mercados interno e externo.

Esses resultados indicam diferenças observáveis entre os dois mercados. A ICE apresenta maior volatilidade de preços, refletindo maior exposição a choques externos e especulação, conforme evidenciado pelas variações de preço e volume calculadas neste estudo. O mercado da B3, embora apresente preços relativamente mais estáveis, apresenta maior variabilidade nos volumes, especialmente em eventos extremos, como crises econômicas e variações climáticas documentadas (Conab, 2022; Zhang, Hu & Ji, 2020). Esses achados sugerem que, enquanto os preços da B3 podem ser mais estáveis, o comportamento dos volumes deve ser considerado na formulação de estratégias de negociação e mitigação de riscos.

4.2 Análise Multifractal dos Mercados Futuros de Café: ICE vs. B3.

A Hipótese dos Mercados Eficientes (HME), proposta por Fama (1970), estabelece que os preços dos ativos refletem, de forma imediata e completa, todas as informações disponíveis no mercado. Assim, as variações de preço seguem um passeio aleatório, sem que seja possível prever consistentemente seus movimentos futuros (Fama, 1991). É importante destacar que a HME não assume nenhum comportamento específico para a dinâmica

dos preços ao longo do tempo, mas apenas a ausência de previsibilidade sistemática. Nesse contexto, a identificação de padrões multifractais ou de leve persistência nas séries de preços e volumes não representa uma violação direta da HME, mas sim possíveis imperfeições temporárias na formação de preços (Hiremath & Narayan, 2016; Sensoy & Tabak, 2015; Stosic, Nejad & Stosic, 2020; Wang, Gao & Zhou, 2023).

A Tabela 2 sintetiza os resultados da análise multifractal aplicada aos mercados futuros de café arábica, destacando a força e a intensidade multifractal que caracterizam o grau de complexidade e persistência nas séries de preços e volumes. Na ICE, a força multifractal observada no preço do café futuro (0,4766) é relativamente estreita, indicando que a série de preços apresenta multifractalidade moderada. Em outras palavras, esse resultado revela que o comportamento dos preços é relativamente uniforme, sem extremos muito pronunciados. Já a intensidade multifractal do preço (1,4924) sugere uma persistência leve na série, isto é, uma pequena memória de longo prazo nos movimentos de preço.

TABELA 2 – Análise Multifractal dos Mercados Futuros de Café Arábica

Mercados	Variável	Força Multifractal	Intensidade Multifractal
Café Futuro ICE	Preço	0.4766	1.4924
Café Futuro B3	Volume	3.8328	2.9284
Café Futuro ICE	Preço	0.4903	1.5161
Café Futuro B3	Volume	4.9645	5.7506

Nota: Estes resultados refletem os dados originais obtidos pelo MF-DFA. A análise de robustez, realizada com séries *shuffled* e *surrogate* (Apêndice A), confirma que a multifractalidade observada nos preços e volumes não é consequência de ruído ou de caudas pesadas, mas decorre da estrutura temporal real das séries, evidenciando complexidade e heterogeneidade genuínas nos mercados futuros de café

Fonte: resultados da pesquisa

Por outro lado, no caso do volume, a força multifractal (3,8328) mostra-se bastante ampla, evidenciando que a série de volumes é muito mais complexa e multifractal. Esse resultado é esperado, uma vez que os volumes de negociação

costumam apresentar picos, quedas bruscas e forte heterogeneidade (Patil & Rastogi, 2020). Além disso, a intensidade multifractal do volume (2,9284) indica variações mais intensas e irregulares, quando comparadas às observadas na série de preços.

Na B3, a força multifractal observada no preço do café futuro (0,4903) também é relativamente estreita, o que confirma que a série de preços apresenta multifractalidade moderada. Esse achado reforça que o comportamento dos preços tende a ser uniforme e estável, com poucos extremos ou oscilações abruptas. Em relação à intensidade multifractal (1,5161), observa-se uma persistência leve na série de preços, indicando uma pequena memória de longo prazo, em que os movimentos passados influenciam, de forma moderada, os movimentos futuros.

Por fim, no volume do café futuro B3, a força multifractal (4,9645) apresenta-se bastante ampla, evidenciando que a série é altamente complexa e multifractal. Isso demonstra que os volumes de negociação possuem grande heterogeneidade, caracterizada por variações intensas, picos e quedas abruptas, diferentemente da série de preços, que tende a ser mais estável. Ademais, a intensidade multifractal do volume (5,7506) indica que essas variações não são apenas amplas, mas também irregulares e de alta magnitude, refletindo uma dinâmica mais turbulenta e imprevisível nas negociações em termos de quantidade transacionada.

Esses resultados, em conjunto, indicam que os mercados futuros de café (ICE e B3) apresentam um comportamento de preços relativamente eficiente, com multifractalidade moderada e baixa persistência, o que sugere que as informações são rapidamente incorporadas aos preços, em linha com a Hipótese de Mercado Eficiente em sua forma fraca. Por outro lado, a elevada multifractalidade observada nos volumes revela uma dinâmica mais complexa e sensível a fatores exógenos, como choques de oferta, variações climáticas e estratégias de *hedge* (Stosic,

Nejad & Stosic, 2020; Wang, Gao & Zhou, 2023). Isso implica que, embora os preços mantenham relativa estabilidade informacional, a liquidez e o comportamento dos agentes de mercado exibem padrões não lineares e heterogêneos, refletindo as especificidades do mercado de commodities agrícolas, especialmente o café.

Esses achados corroboram pesquisas anteriores (Aslam, Ferreira & Ali, 2022; Memon, Yao & Naveed, 2022; Stosic, Nejad & Stosic, 2020), que destacam a multifractalidade e as variações na eficiência de mercado em *commodities*, sobretudo durante períodos de instabilidade. Do ponto de vista prático, os resultados sugerem que, embora os preços futuros de café na ICE e na B3 se mantenham relativamente estáveis, os volumes apresentam alta complexidade e forte heterogeneidade. Dessa forma, pesquisadores, investidores e gestores devem considerar essas diferenças ao elaborar estratégias de negociação, *hedge* e gestão de riscos, ajustando suas decisões à dinâmica específica de cada mercado. A distinção entre a estabilidade dos preços e a volatilidade dos volumes reforça a relevância de incorporar a análise multifractal na avaliação do comportamento e da eficiência dos mercados futuros de café.

4.3 Propriedades Multifractais e sua Relação com a Eficiência de Mercado

Para a Análise Multifractal da Função de Flutuação Destendenciada (MF-DFA), foram gerados diferentes gráficos que descrevem as propriedades multifractais das séries temporais de preços e volumes de café arábica, tanto na ICE quanto na B3, evidenciando a complexidade e as dinâmicas distintas desses mercados. A Figura 2 apresenta a Análise Multifractal dos Preços e Volumes do Café Futuro, composta por: (a) Funções de flutuação para $q \in [-10, \dots, 10]$; (b) Expoente de *Hurst* generalizado para cada valor de q ; (c) Expoente de *Rény*, τ_q , para diferentes valores de q e (d) Espectro multifractal da série temporal.

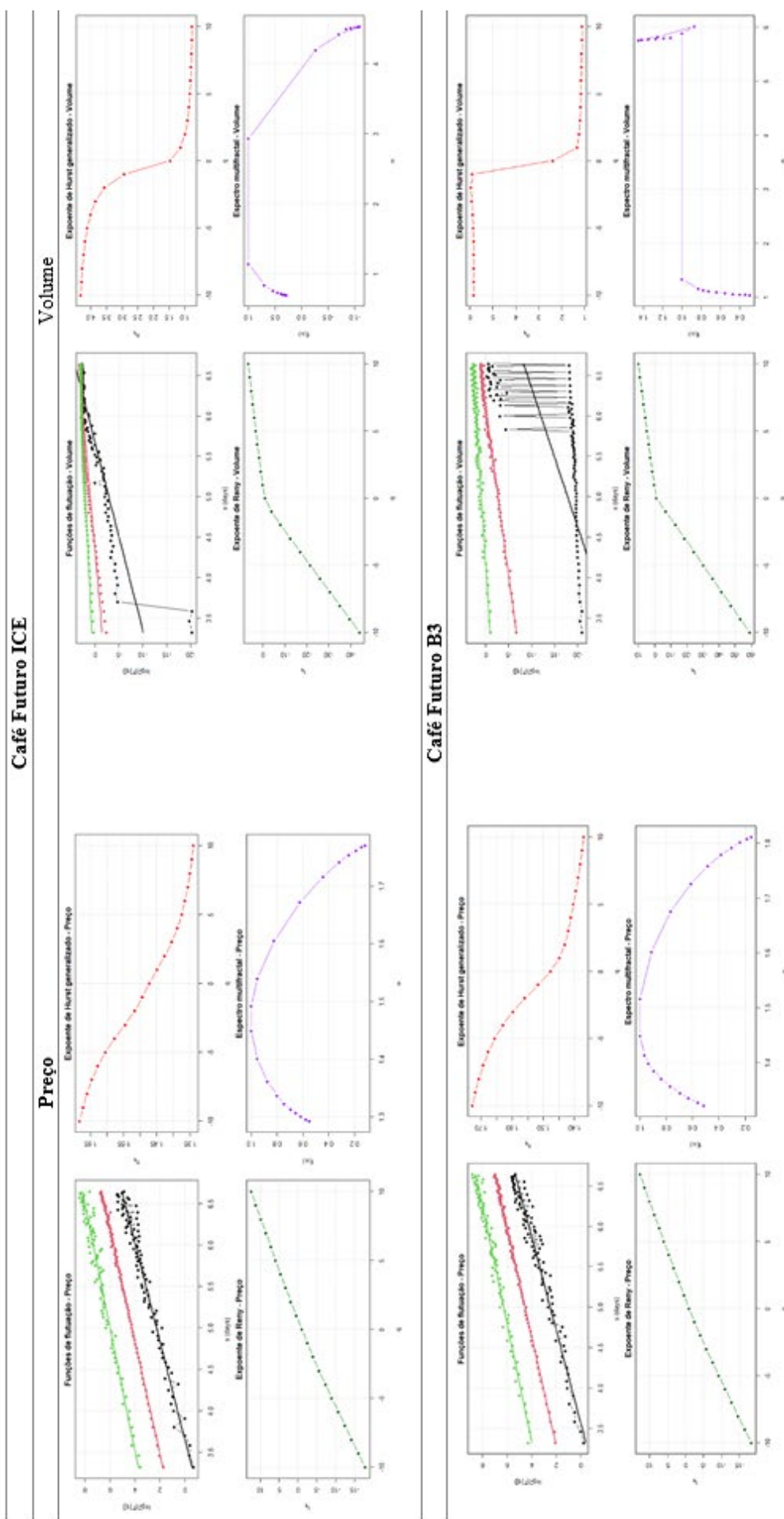


FIGURA 2 –Análise Multifractal dos Preços e Volumes do Café Futuro: (a) Funções de flutuação para $q \in [-10, \dots, 10]$; (b) Expoente de Hurst generalizado para cada valor de q ; (c) Expoente de Reny, τ_q , para diferentes valores de q e (d) Espectro multifractal da série temporal

Fonte: resultados da pesquisa

Na análise da Função de Flutuação, este estudo buscou examinar a intensidade e a complexidade das flutuações nos preços e volumes de negociação do mercado futuro de café arábica. Os resultados evidenciam diferenças claras nas escalas de variação entre os mercados. No mercado de café futuro ICE, os preços apresentam uma faixa relativamente estreita de valores da função de flutuação (0,5 a 3,5), indicando que as flutuações de preço não são muito intensas. Esses achados sugerem que o mercado apresenta relativa estabilidade e previsibilidade. Quanto ao volume, observa-se uma variação entre -10 e 0, apresentando uma faixa mais ampla em termos relativos (ainda menor do que a da B3), o que sugere maior complexidade nas negociações, porém dentro de um padrão relativamente estável.

Já no mercado de café futuro B3, os preços apresentaram variação de -0,7 a 4, indicando flutuações mais intensas, porém ainda moderadas. Por outro lado, o volume oscilou em uma faixa muito mais ampla (-30 a 0), revelando variações significativamente mais acentuadas. Isso indica que o volume de negociação é altamente irregular, com picos e quedas fortes, refletindo maior complexidade e volatilidade no mercado.

Em termos práticos, os resultados da função de flutuação indicam que, embora os preços dos mercados futuros de café arábica (ICE e B3) apresentem relativa estabilidade, a elevada complexidade e volatilidade dos volumes sugerem que a liquidez e a intensidade das negociações podem variar significativamente ao longo do tempo. Nesse contexto, tais achados indicam que pesquisadores, investidores e gestores devem monitorar constantemente o mercado, adaptando estratégias de negociação, *hedge* e alocação de recursos às condições específicas de cada bolsa.

Além disso, a previsibilidade parcial das pequenas flutuações de preço oferece oportunidades para ajustes estratégicos ou arbitragem, enquanto a variabilidade dos volumes aponta para movimentos que demandam ações rápidas e fundamentadas. Por

fim, a presença de padrões multifractais evidencia que modelos tradicionais baseados em aleatoriedade podem ser insuficientes, sendo mais apropriadas abordagens que considerem memória de longo prazo e dinâmicas não lineares para a análise e previsão do comportamento de preços e volumes.

Dando continuidade à análise do estudo, os expoentes de Hurst generalizados descrevem a persistência ou a antipersistência das séries de preços e volumes do mercado futuro de café arábica, permitindo avaliar como a memória de longo prazo varia conforme as diferentes magnitudes de flutuações, indicadas pelo parâmetro q . Nos gráficos de Hurst para preços e volumes, tanto no mercado futuro ICE quanto na B3, observam-se curvas decrescentes ao longo de $q \in [-10,10]$, o que indica que as séries apresentam multifractalidade, com diferentes escalas de variação exibindo comportamentos distintos em termos de persistência e previsibilidade.

De acordo com Kantelhardt et al. (2002), valores de $H > 0,5$ indicam persistência, ou seja, tendências passadas influenciam os movimentos futuros. Nesse contexto, observou-se que, no mercado futuro de preços ICE (H : 1,65 a 1,35), as pequenas flutuações (H : 1,65) evidenciam persistência relativamente forte, indicando que movimentos reduzidos tendem a continuar na mesma direção. Por outro lado, as grandes flutuações (H : 1,35) apresentam menor persistência, sugerindo que oscilações mais amplas são menos previsíveis e menos consistentes ao longo do tempo.

É importante destacar que, na análise do expoente de Hurst, valores muito elevados ($H > 1,0$) indicam alta dependência e forte memória de longo prazo nas pequenas flutuações de volume (Kantelhardt et al., 2002). Nesse sentido, observou-se que o volume do mercado futuro ICE (H : 4,0 a 1,0) apresentou pequenas flutuações (H : 4,0), resultado que sugere forte persistência para variações de menor magnitude, ou seja, movimentos reduzidos de volume tendem a se repetir. Esse comportamento revela que o mercado mantém padrões consistentes de

negociação em períodos de estabilidade, refletindo uma memória de curto prazo acentuada.

Em contraste, verificou-se que o volume apresentou grandes flutuações ($H: 1,0$), o que evidencia uma redução significativa da persistência. Nessa condição, altos volumes de negociação tornam-se mais erráticos e menos previsíveis, sinalizando ruptura de padrões e maior influência de choques exógenos, como notícias, eventos climáticos ou fatores macroeconômicos (Patil & Rastogi, 2020). Assim, o mercado futuro ICE demonstra memória e autocorrelação elevadas em períodos de baixa volatilidade de volume, mas maior aleatoriedade em momentos de intensa atividade.

No que se refere ao mercado futuro de café da B3, os gráficos de Hurst para preço e volume apresentaram variação de $H: 1,70$ a $1,40$, evidenciando o comportamento multifractal das séries. No caso dos preços, observou-se que nas pequenas flutuações ($H: 1,70$) há forte persistência, indicando que pequenas variações tendem a continuar na mesma direção. Entretanto, nas grandes flutuações ($H: 1,40$) verificou-se redução da persistência, o que sugere que movimentos mais amplos são menos previsíveis e mais suscetíveis a choques aleatórios.

No caso do volume de negociação, os gráficos de Hurst ($H: 6,0$ a $1,0$) revelam padrões ainda mais heterogêneos. Para as pequenas flutuações ($H: 6,0$), observou-se persistência extremamente forte, o que indica que volumes reduzidos tendem a se repetir, refletindo padrões consistentes de negociação e alta correlação temporal. Por outro lado, nas grandes flutuações ($H: 1,0$) constatou-se redução acentuada da persistência, tornando o comportamento do volume mais errático e aleatório, possivelmente em resposta a choques de liquidez ou a mudanças abruptas no comportamento dos agentes.

Em termos práticos, os resultados obtidos a partir dos expoentes de Hurst generalizados para os mercados futuros de café ICE e B3 evidenciam que ambos os mercados apresentam memória e dependência temporal significativas, tanto nas séries

de preço quanto de volume. Observa-se que pequenas flutuações exibem alta persistência, indicando que variações de menor magnitude tendem a se repetir e que o mercado memoriza esses movimentos, mantendo padrões relativamente estáveis de comportamento.

Em contraste, as grandes flutuações revelam redução da persistência e maior aleatoriedade, sugerindo que choques de informação, variações de liquidez ou eventos externos tornam os preços e volumes mais imprevisíveis. De modo geral, esses achados confirmam que os mercados futuros de café, tanto na ICE quanto na B3, não seguem um processo puramente aleatório, mas apresentam uma dinâmica multifractal e heterogênea, em que a eficiência informacional varia conforme a escala das flutuações e a intensidade das negociações.

Complementando a análise do expoente de Hurst generalizado, o expoente de Rényi foi utilizado neste estudo para mensurar a estrutura de complexidade, heterogeneidade e distribuição da incerteza nas séries de preço e volume do mercado futuro de café arábica. No caso da ICE, observou-se que, para o preço, a reta crescente de τ_q varia de $(-20$ a $15)$ ao longo de $q \in [-10,10]$, indicando alta multifractalidade, ou seja, uma ampla gama de intensidades de flutuação. Já para o volume da ICE, a reta crescente de τ_q varia de $(-50$ a $10)$, evidenciando multifractalidade mais intensa do que a observada nos preços.

De forma semelhante, no mercado B3, a reta crescente de τ_q para o preço também varia de $(-20$ a $15)$, mostrando que pequenas e grandes variações contribuem de maneira distinta para a dinâmica do mercado, assim como na ICE. Por outro lado, para o volume da B3, a amplitude de τ_q varia de $(-60$ a $10)$, indicando uma multifractalidade ainda mais intensa e assimétrica, superior à observada nos preços, o que evidencia maior heterogeneidade e complexidade na dinâmica de negociação do volume.

Em termos práticos, os resultados da análise do expoente de Rényi indicam que, embora os preços nos mercados futuros de café (ICE e B3) apresentem

certa estabilidade e previsibilidade, os volumes de negociação exibem maior heterogeneidade e complexidade. A maior amplitude de τ_q nos volumes sugere que pequenas e grandes flutuações afetam a dinâmica do mercado de maneiras distintas, tornando os volumes mais sensíveis a choques exógenos e menos previsíveis do que os preços (Patil & Rastogi, 2020).

Dessa forma, investidores, gestores e analistas devem considerar estratégias diferenciadas para lidar com variações de intensidade distinta, reconhecendo que modelos tradicionais baseados em aleatoriedade podem ser insuficientes, sendo mais apropriadas abordagens que incorporem memória de longo prazo e comportamento não linear para monitorar e prever a dinâmica de preços e volumes.

Por fim, a análise do Espectro Multifractal complementa a avaliação da dinâmica complexa das séries temporais, oferecendo uma representação visual e quantitativa da distribuição das singularidades ou irregularidades presentes nas séries de preços e volumes do mercado de café (ICE e B3). Essa etapa permite integrar os achados das análises de Hurst e Rényi, evidenciando de forma clara a heterogeneidade e a multifractalidade do comportamento do mercado.

No mercado de café ICE, o espectro multifractal dos preços apresenta uma faixa relativamente estreita de $f(\alpha) = 0,4$ a $0,2$ ao longo de $\alpha \in [1,3; 1,7]$, indicando que os preços possuem menor heterogeneidade e flutuações mais previsíveis, ou seja, as irregularidades de pequena e média escala distribuem-se de forma relativamente homogênea. Em contraste, o volume apresenta um espectro mais amplo, $f(\alpha)$ varia de $1,0$ a $-1,5$ com $\alpha \in [0,5; 5]$, revelando maior heterogeneidade e variabilidade nas negociações, sugerindo que os volumes são mais sensíveis a choques e exibem comportamento mais complexo e multifractal do que os preços.

Por outro lado, na B3, o espectro multifractal dos preços apresenta uma faixa relativamente estreita, $f(\alpha) = 0,4$ a $0,2$ ao longo de $\alpha \in [1,3; 1,8]$, indicando

que os preços apresentam menor heterogeneidade e flutuações relativamente previsíveis, ou seja, irregularidades pequenas e médias distribuem-se de maneira homogênea. Já o volume apresenta um espectro mais amplo, $f(\alpha)$ variando de $0,3$ a $1,0$ com $\alpha \in [1; 6]$, refletindo maior heterogeneidade e complexidade, o que sugere que os volumes de negociação são mais voláteis, irregulares e sensíveis a choques exógenos do mercado.

Do ponto de vista prático, os achados do espectro multifractal indicam que, tanto no mercado futuro de café ICE quanto na B3, os preços apresentam flutuações relativamente previsíveis em pequenas e médias escalas, refletindo menor heterogeneidade e certa memória de curto prazo. Por outro lado, os volumes de negociação exibem maior heterogeneidade e complexidade, com pequenas variações relativamente persistentes e grandes variações altamente irregulares e sensíveis a choques de mercado. Esses resultados sugerem que, enquanto os movimentos de preço menores podem ser utilizados para ajustes estratégicos mais confiáveis, a dinâmica de volume exige atenção constante, demandando estratégias de negociação e gestão de risco adaptativas para lidar com períodos de alta volatilidade e mudanças abruptas no mercado.

Estudos anteriores em séries financeiras e de *commodities* (Kantelhardt et al., 2002; Patil & Rastogi, 2020; Stosic, Nejad, & Stosic, 2020; Wang, Gao & Zhou, 2023; Yin & Wang, 2021) também evidenciam que a multifractalidade influencia a previsibilidade e o risco de ativos, reforçando a necessidade de abordagens que considerem memória de longo prazo e dinâmicas não lineares. Esses trabalhos demonstram que a análise da multifractalidade e do comportamento da eficiência de mercado é consistente em diferentes contextos econômicos e segmentos agrícolas, fortalecendo, assim, a validade das observações realizadas nos mercados futuros de café.

Em termos teóricos, os achados corroboram a ideia de que os mercados futuros de café (ICE e B3) não seguem um passeio aleatório puro, como pressupõe a Hipótese de Mercados Eficientes (HME) na forma fraca. A presença de memória de longo prazo, dependência temporal e heterogeneidade multifractal evidencia que a eficiência informacional é relativa, variando conforme a escala de análise e a intensidade das negociações. Isso não invalida a HME, mas indica que o caráter aleatório esperado para a formação de preços é apenas parcial.

Do ponto de vista prático, a constatação de padrões persistentes em pequenas flutuações, tanto de preços quanto de volumes, oferece oportunidades para estratégias estruturadas de *hedge* e arbitragem, bem como para ajustes operacionais mais confiáveis. Em contrapartida, a menor previsibilidade das grandes flutuações, especialmente nos volumes da B3, aponta para maior exposição a riscos e necessidade de estratégias adaptativas, capazes de lidar com alta volatilidade e choques exógenos.

A maior complexidade multifractal observada na B3, em comparação à ICE, reforça o entendimento de que mercados emergentes apresentam maior heterogeneidade, menor liquidez e maior sensibilidade a eventos externos, dificultando a previsão de movimentos em múltiplas escalas temporais. Esses fatores indicam que modelos tradicionais baseados em aleatoriedade podem ser insuficientes, enquanto abordagens multifractais, que incorporam memória de longo prazo e dinâmicas não lineares, se mostram mais adequadas para análise e previsão do comportamento de preços e volumes.

Portanto, a análise multifractal não apenas evidencia características estatísticas complexas dos mercados futuros de café, mas também fornece subsídios importantes para investidores, gestores e analistas, indicando que decisões mais estruturadas e adaptativas podem reduzir riscos e melhorar a eficiência das estratégias de negociação em diferentes condições de mercado.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Esta pesquisa analisou a eficiência do mercado de café arábica a partir da aplicação da Análise Multifractal da Função de Flutuação Destendenciada (MF-DFA), considerando tanto preços quanto volumes de negociação. Os resultados evidenciam estruturas complexas, com presença de multifractalidade, indicando que a dinâmica do mercado vai além de um passeio aleatório puro, como pressupõe a Hipótese de Mercados Eficientes (HME) na forma fraca.

Nos mercados futuros analisados, a ICE apresentou preços com persistência moderada e multifractalidade relativamente estável, especialmente em pequenas e médias flutuações, enquanto os volumes mostraram padrões consistentes que permitem certa previsibilidade. Já na B3, embora os preços exibam comportamento multifractal semelhante ao da ICE, o volume destacou-se pela elevada variabilidade, maior amplitude nos expoentes de Rényi e espectro multifractal quase linear, evidenciando maior complexidade e sensibilidade a choques externos. Os resultados obtidos para a B3 representam o comportamento do mercado futuro de café arábica no Brasil, evidenciando características multifractais nos preços e volumes negociados nesse mercado. Esse comportamento sugere que, embora mais difícil de prever, o volume da B3 oferece sinais estratégicos importantes para decisões adaptativas de investimento e gestão de risco.

A análise dos expoentes de Hurst, Rényi e do espectro multifractal confirma que padrões históricos influenciam os movimentos futuros, oferecendo oportunidades diferenciadas conforme o mercado: na ICE, a previsibilidade concentra-se em pequenas e médias flutuações; na B3, a previsibilidade emerge mais claramente em grandes variações, especialmente de volume. Esses achados reforçam que mercados com maior liquidez e diversidade de participantes, como o internacional, tendem a apresentar eficiência relativa mais elevada, enquanto mercados

menores e emergentes, como a B3, mostram maior heterogeneidade e volatilidade (Memon, Yao & Naveed, 2022; Stosic, Nejad & Stosic, 2020).

Os resultados indicam que a hipótese de mercado eficiente, com preços e volumes seguindo padrões aleatórios, não se sustenta integralmente. A presença de multifractalidade e de ineficiências detectáveis aponta para uma eficiência relativa, dependente do horizonte temporal e da escala de observação. Em termos práticos, isso significa que investidores e gestores podem explorar parcialmente padrões de preços e volumes, ajustando estratégias de hedge, arbitragem e alocação de recursos de forma mais informada e adaptativa.

Sob a perspectiva da Hipótese dos Mercados Adaptativos (HMA) de Lo (2004), essas ineficiências refletem a dinâmica evolutiva do mercado, em que agentes ajustam continuamente suas estratégias com base em informações passadas e novas condições econômicas, tornando a eficiência variável ao longo do tempo. Assim, a multifractalidade evidencia oportunidades estratégicas que vão além do que modelos baseados em aleatoriedade podem capturar.

Limitações do estudo incluem o foco restrito aos mercados futuros de café arábica e a sensibilidade dos métodos multifractais a ruídos nos dados. Eventos exógenos, como crises econômicas e mudanças políticas, também podem influenciar a dinâmica dos mercados e não foram profundamente incorporados à análise. Estudos futuros devem considerar múltiplos mercados, períodos de instabilidade e integração com técnicas avançadas, como aprendizado de máquina, para aprimorar a previsão e a exploração de propriedades multifractais.

Em síntese, este estudo reforça a relevância da MF-DFA como ferramenta para analisar mercados financeiros, evidenciando que a multifractalidade é um indicador importante de complexidade, memória e heterogeneidade. Do ponto de vista prático, compreender essas características permite a elaboração

de estratégias de investimento mais eficazes, flexíveis e adaptáveis, possibilitando decisões estruturadas diante de mercados voláteis e dinâmicos.

AGRADECIMENTOS

Essa pesquisa foi financiada pelo Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPQ).

REFERÊNCIAS

- Abry, P., & Veitch, D. (1998). Wavelet analysis of long-range dependent traffic. *IEEE Transactions on Information Theory*, 44(1), 2–15. <https://doi.org/10.1109/18.650984>
- Aslam, F., Ferreira, P., & Ali, H. (2022). Analysis of the impact of COVID-19 pandemic on the intraday efficiency of agricultural futures markets. *Journal of Risk and Financial Management*, 15(12), 607. <https://doi.org/10.3390/jrfm15120607>
- Bouchaud, J., & Mézard, M. (2000). Wealth condensation in a simple model of economy. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 282(1-2), 536–545. [https://doi.org/10.1016/S0378-4371\(00\)00205-3](https://doi.org/10.1016/S0378-4371(00)00205-3)
- Blume, L., Easley, D., & O'hara, M. (1994). Market statistics and technical analysis: The role of volume. *The Journal of Finance*, 49, 153–181. <https://doi.org/10.1111/j.1540-6261.1994.tb04424.x>
- B3. (2024). Contratos futuros de café. Recuperado em 10 de outubro de 2024, de https://www.b3.com.br/pt_br/market-data-e-indices/servicos-de-dados/market-data/
- CME Group. (2024). *Coffee futures*. Recuperado em 10 de outubro de 2024, de <https://www.cmegroup.com/markets/agriculture/lumber-and-softs/coffee.html>
- Cao, G., He, L.-Y., & Cao, J. (2018). Multifractal Detrended Fluctuation Analysis (MF-DFA). In *Multifractal detrended analysis method and its application in financial markets* (pp 49-78). Springer. <https://doi.org/10.1007/978-981-10-7916-0>
- Companhia Nacional de Abastecimento. (2022). *Acompanhamento da safra brasileira de café – Safra 2021/22: Quarto levantamento*. Recuperado em 12 de outubro de 2024, de <https://www.conab.gov.br>
- Companhia Nacional de Abastecimento. (2024). Companhia Nacional de Abastecimento. Brasília: Conab. Recuperado em 12 de outubro de 2024, de <https://www.conab.gov.br/info-agro/safras/cafe>

- Dai, M., Shao, S., Gao, J., Sun, Y., & Su, W. (2016). Mixed multifractal analysis of crude oil, gold and exchange rate series. *Fractals*, 24(4), 1-7. <https://doi.org/10.1142/S0218348X16500468>
- Fama, E. F. (1970). Efficient capital markets: A review of theory and empirical work. *Journal of Finance*, 25, 383–417. <https://doi.org/10.2307/2325486>
- Fama, E. F. 1991. Efficient capital markets: II. *The Journal of Finance*, 46, 1575–1617. <https://doi.org/10.1111/j.1540-6261.1991.tb04636.x>
- Food and Agriculture Organization of the United Nations. (2021). *The impact of COVID-19 on global agricultural markets. FAO Agricultural Development Economics Technical Study, No. 16*. Recuperado em 18 de outubro de 2024, de <https://www.fao.org>
- Hiremath, G. S., & Narayann, S. (2016). Testing the adaptive market hypothesis and its determinants for the indian stock markets. *Finance Research Letters*, 19, 173–180. <https://doi.org/10.1016/j.frl.2016.07.009>
- He, L.Y., & Chen, S.P. (2010). Are developed and emerging agricultural futures markets multifractal? A comparative perspective. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 389(18), 3828–3836. <https://doi.org/10.1016/j.physa.2010.05.021>
- International Coffee Organization (ICO). (2021). Coffee market report – Impact of COVID-19. Recuperado em 18 de outubro de 2024, de <https://www.ico.org/>
- Ihlen, E. (2012). Introduction to multifractal detrended fluctuation analysis in MATLAB. *Frontiers in Physiology: Fractal Physiology*, 3, 141. <https://doi.org/10.3389/fphys.2012.00141>
- Kantelhardt, J. (2012). Fractal and multifractal time series. In *Mathematics of Complexity and Dynamical Systems* (pp. 463-487). Springer. https://doi.org/10.1007/978-1-4614-1806-1_30
- Kantelhardt, J., Zschiegner, S., Koscielny-Bunde, E., Havlin, S., Bunde, A., & Stanley, H. (2002). Multifractal detrended fluctuation analysis of nonstationary time series. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 316(1-4), 87–114. [https://doi.org/10.1016/S0378-4371\(02\)01383-3](https://doi.org/10.1016/S0378-4371(02)01383-3)
- Karpoff, J. M. (1986). A theory of trading volume. *The Journal of Finance*, 41, 1069–1087. <https://doi.org/10.1111/j.1540-6261.1986.tb02531.x>
- Karpoff, J. M. (1987). The relation between price changes and trading volume: A survey. *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 22, 109–126. <https://doi.org/10.2307/2330874>
- Laib, M., Golay, J., Telesca, L., & Kanevski, M. (2018). Multifractal analysis of the time series of daily means of wind speed in complex regions. *Chaos, Solitons & Fractals*, 109, 118–127. <https://doi.org/10.1016/j.chaos.2018.02.024>
- Laib, M., Telesca, L., & Kanevski, M. (2019). MFDFA: MultiFractal Detrended Fluctuation Analysis (versão 1.1) [Pacote R]. Disponível em <https://CRAN.R-project.org/package=MFDFA>
- Lo, A. W. (2004). The adaptive markets hypothesis. *The Journal of Portfolio Management*, 30(5), 15–29. <https://doi.org/10.3905/jpm.2004.442611>
- Maganini, N. D., Silva Filho, A. C., & Lima, F. G. (2018). Investigation of multifractality in the Brazilian stock market. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 497, 258-271. <https://doi.org/10.1016/j.physa.2017.12.126>
- Mandelbrot, B. (1977). *Fractals: Form, chance, and dimension*. W. H. Freeman and Company.
- Mandelbrot, B. (1982). *The fractal geometry of nature*. W. H. Freeman and Company.
- Memon, B., Yao, H., & Naveed, H. (2022). Examining the efficiency and herding behavior of commodity markets using multifractal detrended fluctuation analysis: Empirical evidence from energy, agriculture, and metal markets. *Resources Policy*, 77, 102715. <https://doi.org/10.1016/j.resourpol.2022.102715>
- Moraes, A. K., Sobral, M., & Melo, A. (2021). An analysis of the hedge operation on hydrated ethanol in a plant in the State of Paraíba. *Revista em Agronegócio e Meio Ambiente*, 14, 893–906. <https://doi.org/10.17765/2176-9168.2021v14n4e7850>
- Moraes, A. K., Sobral, M., & Melo, A. (2021). Market efficiency: Application of the concept to the sucroalcooleiro sector of Paraíba. *Revista de Administração UFSM*, 14, 138–161. <https://doi.org/10.5902/1983465939181>
- Moraes, A., Furtini, A., Prado, J., Castro Junior, L., & Ceretta, P. (2024). Evolução da produção científica sobre o mercado eficiente: Estudo bibliométrico. *Contextus – Revista Contemporânea de Economia e Gestão*, 22, 1-20. <https://doi.org/10.19094/contextus.2024.92462>
- Moraes, A. K., Ceretta, P. S., & Castro Junior, L. G. (2024). Análise multifractal do Ibovespa: Dinâmica de preços, volume negociado e eficiência de mercado. *Revista Evidenciação Contábil & Finanças*, 12(1), 128–149. <https://doi.org/10.22478/ufpb.2318-1001.2024v12n1.70209>
- Moraes, A. K., & Castro Junior, L. G. (2025). Deciphering price dynamics: A bibliometric analysis of research

- trends in the financial market. *Contextus - Contemporary Journal of Economics and Management*, 23, 1-23. <https://doi.org/10.36517/contextus.2025.95480>
- Muzy, J.-F. & Bacry, E. (2002). Multifractal stationary random measures and multifractal random walks with log-infinitely divisible scaling laws. *Physical Review E*, 66, 056121, <https://doi.org/10.1103/PhysRevE.66.056121>
- Nejad, S., Stosic, T., & Stosic, B. (2021). Multifractal analysis of the gold market. *Fractals*, 29(1), 1-9. <https://doi.org/10.1142/S0218348X21500109>
- Niere, H. (2015). Measuring efficiency of international crude oil markets: A multifractality approach. *International Journal of Modern Physics: Conference Series*, 36. <https://doi.org/10.1142/S2010194515600137>
- Oliveira Neto, O. J., Melo, M. V. B., & Barbosa, J. S. (2022). Eficácia dos candlesticks na sinalização dos preços futuros do boi gordo, café arábica e milho. *Enfoque: Reflexão Contábil*, 43(2), 57–77. <https://doi.org/10.4025/enfoque.v43i2.62167>
- Oliveira Neto, O. J., Melo, M. V. B., Barbosa, J. S., & Rezende, S. O. (2024). North American, European and Brazilian future coffee markets: Efficacy of candlesticks in signaling prices. *BASE – Revista de Administração e Contabilidade da Unisinos*, 21(1), 170–206.
- Patil, A. C., & Rastogi, S. (2020). Multifractal analysis of market efficiency across structural breaks: Implications for the adaptive market hypothesis. *Journal of Risk and Financial Management*, 13, 248. <https://doi.org/10.3390/jrfm13100248>
- Patil, A. C., & Rastogi, S. (2019). Time-Varying Price–Volume Relationship and Adaptive Market Efficiency: A Survey of the Empirical Literature. *J. Risk Financial Manag.* 12(2), 105. <https://doi.org/10.3390/jrfm12020105>
- Paula, D. A., Fehr, L. C. F. A., Magnago, B. S., Tavares, M., & Lima, D. S. (2022). Custos de produção do café conilon: análise em algumas regiões produtoras do Brasil. *Organizações Rurais & Agroindustriais*, 4, e1872. <https://doi.org/10.48142/2420221872>
- Peng, C.-K., Havlin, S., Stanley, H. E. & Goldberger, A. L. (1995). Quantification of scaling exponents and crossover phenomena in nonstationary heartbeat time series. *Chaos An Interdisciplinary Journal of Nonlinear Science*, 5, 82–87. <https://doi.org/10.1063/1.166141>.
- Samuelson, P. A. (1965). Proof that properly anticipated prices fluctuate randomly. *Industrial Management Review*, 6, 41. <https://doi.org/10.2307/3003046>
- Sensoy, A., & Tabak, B. M. (2015). Time-varying long term memory in the european union stock markets. *Physica A: Statistical Mechanics and Its Applications*, 436, 147–58. <https://doi.org/10.1016/j.physa.2015.05.034>
- Sornette, D. (2004). *Critical phenomena in natural sciences: Chaos, fractals, self-organization and disorder: Concepts and tools*. Springer. https://link.springer.com/chapter/10.1007/3-540-33182-4_15
- Stošić, D., Stošić, D., Stošić, T. & Stanley, H. E. (2015). Multifractal properties of price change and volume change of stock market indices. *Physica A: Statistical Mechanics and Its Applications*, 428, 46–51. <https://doi.org/10.1016/j.physa.2015.02.046>
- Stosic, T., Nejad, S., & Stosic, B. (2020). Multifractal analysis of Brazilian agricultural market. *Fractals*, 28(5), 1-14. <https://doi.org/10.1142/S0218348X20500760>
- Tiwari, A. K., Aye, G. C., & Gupta R. (2019). Stock market efficiency analysis using long spans of data: A multifractal detrended fluctuation approach. *Finance Research Letters*, 28, 398–411. <https://doi.org/10.1016/j.frl.2018.06.012>
- Theiler, J., Eubank, S., Longtin, A., Galdrikian, B., & Farmer, J. D. (1992). Testing for nonlinearity in time series: the method of surrogate data. *Physica D: Nonlinear Phenomena*, 58(1–4), 77–94. [https://doi.org/10.1016/0167-2789\(92\)90102-S](https://doi.org/10.1016/0167-2789(92)90102-S)
- Wang, L., Gao, X.-L., & Zhou, W.-X. (2023). Testing for intrinsic multifractality in the global grain spot market indices: A multifractal detrended fluctuation analysis. *Fractals*, 31(7), 1-24. <https://doi.org/10.1142/S0218348X23500901>
- Wang, Y., Wei, Y., & Wu, C. (2011). Analysis of the efficiency and multifractality of gold markets based on multifractal detrended fluctuation analysis. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 390, 817–827. <https://doi.org/10.1016/j.physa.2010.11.002>
- Yin, T., & Wang, Y. (2021). Market efficiency and nonlinear analysis of soybean futures. *Sustainability*, 13(2), 518. <https://doi.org/10.3390/su13020518>
- Zang, D., Hu, M., & Ji, Q. (2020). Financial markets under the global pandemic of COVID-19. *Finance Research Letters*, 36, 101528. <https://doi.org/10.1016/j.frl.2020.101528>
- Zunino, L., Tobacco, B.M., Daugherty, A., Pérez, D.G., Garavaglia, M., & Red, O.A. (2008). A multifractal approach for stock market inefficiency. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 387(26), 6558–6566. <https://doi.org/10.1016/j.physa.2008.08.028>

APÊNDICE A

TABELA A1 – Análise Multifractal e Robustez nos Mercados Futuros de Café Arábica

Mercados	Variável	Força Multifractal	Intensidade Multifractal
Café Futuro ICE	Preço original	0.4766	1.4924
	Preco_Shuffled	0.1838	0.4938
	Preco_Surrogate	0.4766	1.4924
	Volume	3.8328	2.9284
	Volume_Shuffled	0.4481	0.4614
	Volume_Surrogate	3.8464	2.9195
Café Futuro B3	Preço original	0.4903	1.5161
	Preco_Shuffled	0.2811	0.5066
	Preco_Surrogate	0.4903	1.5161
	Volume	4.9645	5.7506
	Volume_Shuffled	0.2292	0.4983
	Volume_Surrogate	4.7721	5.6004

Nota: As séries original refletem o comportamento real dos dados, as séries *shuffled* aleatorizam as observações para destruir correlações temporais, e as séries *surrogate* preservam propriedades estatísticas, permitindo avaliar a robustez da multifractalidade (Theiler et al., 1992; Kantelhardt et al., 2002)

Fonte: resultados da pesquisa

A Tabela A1 apresenta os resultados da Análise Multifractal da Função de Flutuação Destendenciada (MF-DFA) aplicada às séries de preços e volumes dos mercados futuros de café arábica (ICE e B3), bem como os testes de robustez realizados com séries *shuffled* e *surrogate*. Os resultados indicam que tanto os preços quanto os volumes exibem multifractalidade genuína, evidenciada pelos valores significativamente mais elevados de Força e Intensidade nas séries originais e surrogate em comparação às séries *shuffled*.

Nos preços do café futuro ICE e B3, a Força multifractal das séries originais (0,48–0,49) supera

amplamente as séries embaralhadas (0,18–0,28), enquanto a Intensidade mantém diferença expressiva. Para os volumes, a distinção é ainda mais acentuada, com Força e Intensidade substancialmente maiores nas séries originais (3,8–4,9; 2,9–5,7) em relação às séries *shuffled* (0,2–0,4; 0,46–0,50).

Esses achados demonstram que a complexidade temporal observada não se deve apenas à distribuição dos dados, mas reflete padrões reais de dependência e heterogeneidade nos movimentos de preços e volumes, reforçando a presença de memória de longo prazo e comportamento multifractal nos mercados futuros de café analisados.

TABELA A2 – Teste de robustez do MF-DFA para diferentes parametrizações nos Mercados Futuros de Café (preço e volume).

Mercados	Variável	Parametrização	Força Multifractal	Intensidade Multifractal
Café Futuro ICE	Preço	m=1, s=10:100	0.4766	1.4924
	Preço	m=1, s=5:50	0.3661	1.4871
	Preço	m=2, s=10:100	0.3538	1.3646
	Preço	m=1, s=20:200	0.5990	1.5331
	Volume	m=1, s=10:100	3.8328	2.9284
	Volume	m=1, s=5:50	6.6806	6.1543
	Volume	m=2, s=10:100	3.4772	3.1327
	Volume	m=1, s=20:200	1.7387	0.9482
Café Futuro B3	Preço	m=1, s=10:100	0.4903	1.5161
	Preço	m=1, s=5:50	0.4223	1.5089
	Preço	m=2, s=10:100	0.6385	1.4785
	Preço	m=1, s=20:200	0.5461	1.5572
	Volume	m=1, s=10:100	4.9645	5.7506
	Volume	m=1, s=5:50	0.7616	0.6862
	Volume	m=2, s=10:100	4.9789	5.5282
	Volume	m=1, s=20:200	8.5669	8.1648

Nota: Os resultados refletem a força ($\Delta\alpha$) e a intensidade (α em que $f(\alpha)$ é máximo) das séries originais. A variação entre parametrizações evidencia a robustez da análise multifractal.

Fonte: resultados da pesquisa

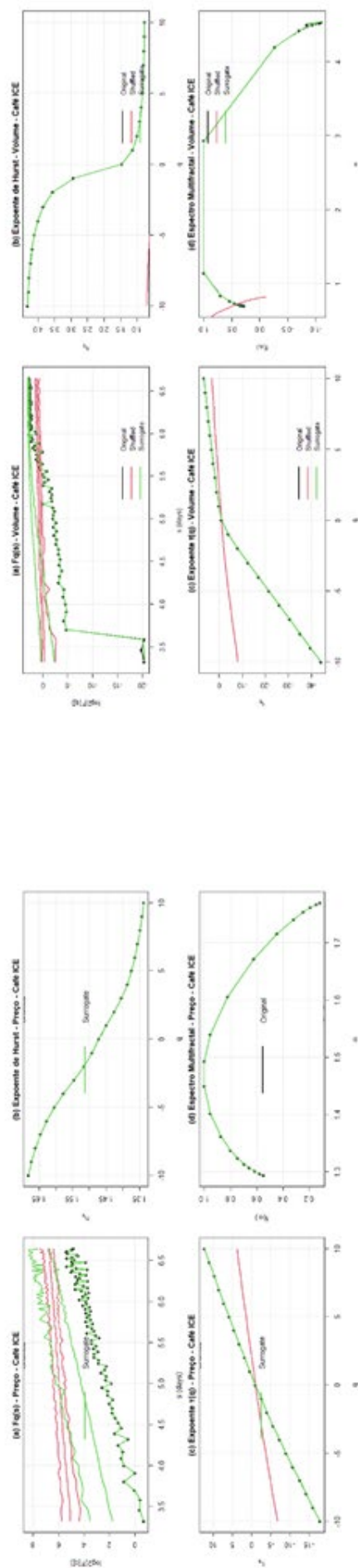
A Tabela A2 apresenta o teste de robustez do método MF-DFA sob diferentes parametrizações aplicadas às séries de preços e volumes dos mercados futuros de café arábica (ICE e B3). Os resultados indicam que a multifractalidade é robusta frente a diferentes combinações de parâmetros (m e s). Para os preços, as variações na força e intensidade são modestas, reforçando

a consistência da estrutura multifractal. Nos volumes, observa-se maior sensibilidade às parametrizações, embora os valores permaneçam substancialmente superiores aos obtidos em séries embaralhadas, confirmando que a complexidade observada decorre de padrões reais de dependência temporal e heterogeneidade, e não de artefatos metodológicos.

Café Futuro ICE

Preço

Volume



Café Futuro B3

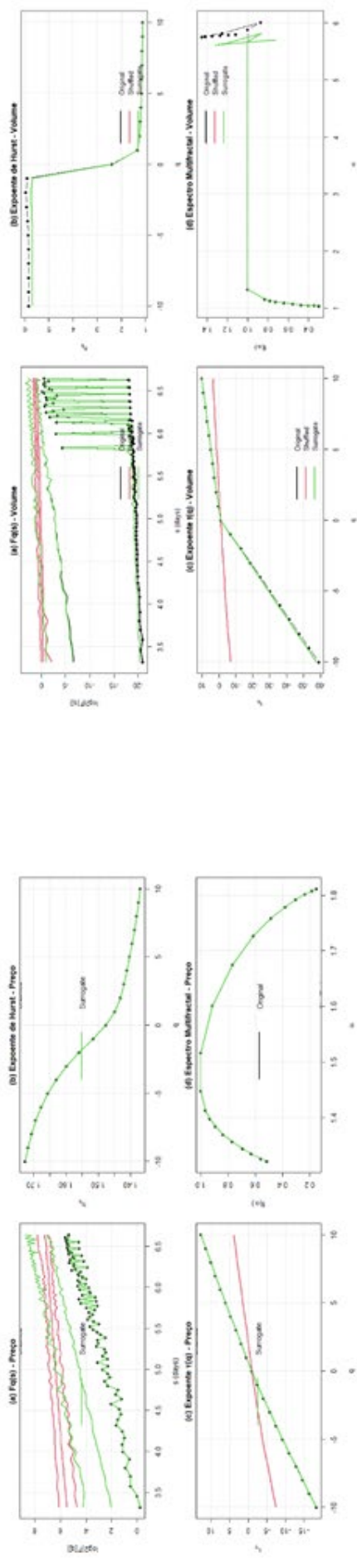


FIGURA A1 – Análise multifractal dos preços e volumes do café futuro (ICE e B3) considerando as séries original (preto), shuffled (vermelho) e surrogate (verde).

Nota: As funções de flutuação, os expoentes de Hurst e Rényi e o espectro multifractal confirmam a presença de multifractalidade genuína nas séries originais, com distinção clara em relação às séries embaralhadas. Essa evidência visual reforça os resultados das Tabelas A1 e A2, demonstrando a robustez dos achados e a consistência estrutural das séries analisadas

Fonte: resultados da pesquisa